



Revista *Bio-grafía. Escritos sobre la Biología y su enseñanza*. Año 2021; Número **Extraordinario**. ISSN **2619-3531**. *Memorias V Congreso Latinoamericano de Investigación en Didáctica de las Ciencias*. 23 y 24 de septiembre de 2021. Modalidad virtual.

O Conceito de Interação Mútua Presente na teoria da Gravitação Universal

Eider de Souza Silva

eiderdss@gmail.com

Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB)

Linha temática: História, Filosofia e Sociologia da Ciência e Natureza da Ciência.

Modalidade: 2.

Resumo

Este trabalho tem como objetivo apresentar uma reconstrução histórica dos argumentos originais utilizados por Newton no desenvolvimento do conceito de interação mútua presente na teoria da Gravitação Universal (GU). Essa reconstrução se dará a partir da análise pormenorizada das leis do movimento, dos escólios, definições, corolários, regras, proposições, lemas, etc., presentes ao longo dos *Principia*, ao passo que procuramos identificar e analisar os argumentos newtonianos para fundamentar o conceito de interação presente na GU. Embasado por um método matemático de simplificação do mundo físico, Newton realizou a separação entre problemas do mundo da matemática e do mundo da física. Por conseguinte, tratou do movimento de corpos que interagem entre si de maneira puramente matemática, característica fundamental para o desenvolvimento de do conceito de interação mútua presente na GU.

Palavras-chave: Abordagem histórica; Gravitação Universal; Interação mútua.

Objetivo Geral: Apresentar uma reconstrução histórica dos argumentos originais utilizados por Newton no desenvolvimento do conceito de interação mútua presente na teoria da Gravitação Universal.

Objetivos Específicos: (a) Evidenciar os argumentos originais utilizados por Newton para explicar o conceito de interação gravitacional entre corpos; (b) Analisar a base do método utilizado por Newton para estabelecer a GU.

Marco teórico

Em conformidade com o objetivo do trabalho, serão evidenciados os argumentos originais utilizados por Newton para explicar o conceito de interação gravitacional entre corpos a partir de uma única ação atuando simultaneamente entre eles. Para mais, são levados em consideração que a promoção de um debate histórico sobre o desenvolvimento do conceito de interação mútua pode auxiliar na compreensão das transformações do pensamento de Newton e no entendimento conceitual sobre a ação gravitacional entre corpos.

Os passos da reconstrução histórica que serão tratados ao longo do texto são incertos, tendo em vista, por exemplo, que a terceira lei de Newton não aparece no tratado *De Motu*, revisado pouco antes da publicação do *Principia*. No tratado em questão, na concepção de Westfall (1971; 1995), se encontra a gênese da reconstrução newtoniana da dinâmica, tendo em vista que este tratado representa as mudanças de pensamento que levam Newton a explicar a dinâmica orbital, tese central da GU.

Metodología

A realização de um processo de TD a respeito do desenvolvimento da terceira lei de Newton e do conceito de interação mútua presente na GU, se dará a partir da análise das leis do movimento, dos escólios, definições, corolários, regras, proposições, lemas, etc., presentes ao longo dos Principia. Paralelamente, as contribuições de historiadores das ciências, com destaque para Richard S. Westfall (1924-1996) e I. Bernard Cohen (1914-2003), estudiosos proeminentes da obra de Newton, também foram adotadas. No que concerne à delimitação do tema, não é objetivo do referido trabalho, tratar de todos os estágios que envolvem o desenvolvimento da mecânica newtoniana.

Resultados

Entre novembro de 1679 e dezembro de 1680, Robert Hooke (1635-1703) foi responsável em apresentar para Newton uma hipótese a respeito da dinâmica do movimento circular. Como resultado da influência da hipótese levantada por Hooke, após anos de discussões e discordâncias, Newton foi levado a mudar sua concepção sobre a dinâmica planetária, aspecto substancial para a formulação da GU (COHEN, 1983; 1988; 1999; WESTFALL, 1971; 1995; TEIXEIRA, 2010). O método de Hooke foi aplicado por Newton no *Principia*, Seção II, Livro I.

PROPOSIÇÃO I. TEOREMA I. As áreas, que corpos descrevem ao girar através de raios desenhados até um centro de força imóvel, estão de fato situados nos mesmos planos imóveis, e são proporcionais aos tempos nas quais elas são descritas. (NEWTON, 2005, p. 483).

Para Newton, um corpo inicialmente em movimento inercial passa a se mover numa trajetória curva, obedecendo à lei das áreas, quando submetido continuamente a uma força centrípeta. A *Proposição I* e a *Proposição II*, indicam que a lei das áreas é uma condição fundamental para a existência de uma força centrípeta. Na sequência, *Proposição III*, generaliza a proposição anterior para um centro de força acelerado.

A *Proposição IV*, estabelece uma medida para a força centrípeta para o movimento circular uniforme. Do mesmo modo, que sinaliza a possibilidade de extrapolar esse resultado para o movimento dos corpos celestes (TEIXEIRA, 2010).

PROPOSIÇÃO IV. TEOREMA IV. As forças centrípetas dos corpos, que por movimentos uniformes descrevem círculos diferentes, tendem aos centros dos mesmos círculos; e estão umas para as outras da mesma forma que os quadrados dos arcos descritos em tempos iguais aplicados aos raios dos círculos. (NEWTON, 2005, p. 487).

Em outros termos, de acordo com *Proposição IV*, as forças centrípetas dos corpos que realizam movimentos uniformes em torno de círculos diferentes, possui os mesmos centros. Ademais, essas forças são diretamente proporcionais aos quadrados dos arcos descritos por estes corpos e inversamente proporcionais aos raios dos círculos. Com o auxílio dos corolários 1, 2 e 6, da referida proposição, bem como da terceira lei de Kepler¹, podemos,

¹ Numa linguagem moderna, a lei harmônica de Kepler, afirma que os quadrados dos períodos de revolução dos planetas são proporcionais aos cubos das suas distâncias médias ao Sol.

utilizando uma linguagem moderna, alcançar uma relação que designa como a força centrípeta, F , varia com o inverso do quadrado da distância, a saber: $F \propto \frac{1}{R^2}$ (1).

De acordo com a relação (1), a força centrípeta, que concebe um movimento circular e uniforme, é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre o corpo e o centro da trajetória descrita por este. Ademais, a força centrípeta pode ser aplicada aos corpos celestes, assim como descreve Newton no Escólio da Proposição IV: “O caso do sexto Corolário acontece nos corpos celestiais (...)” (2005, p. 488).

Um importante questionamento realizado por Halley representa outro momento relevante para caracterizar os caminhos percorridos por Newton no desenvolvimento da GU². Motivado, Newton restabeleceu com veemência seus estudos que o levou a desenvolver o tratado *De motu*. Nesse importante trabalho, desenvolveu a ideia de que o movimento planetário é resultado de um sistema interativo de muitos corpos (COHEN, 1983; 1988; 1999). Como resultado, “os planetas nem se movem exatamente em órbitas elípticas nem revolvem duas vezes na mesma órbita” (COHEN, 1988, p. 295). Consequentemente, no mundo físico, ao qual todos os corpos interagem gravitacionalmente uns sobre os outros, as leis de Kepler não são válidas.

Segundo Cohen (1983; 1988; 1999), entre os três meses (aproximadamente) que separam a última revisão do *De motu* e a publicação da primeira versão do *Principia*, Newton teria desenvolvido suas ideias sobre a terceira lei, bem como utilizou-a no estudo dos movimentos planetários. Esse argumento pode ser analisado a luz do manuscrito O Sistema de Mundo³ (COHEN, 1983; 1988).

20. (...) Pois toda ação é mútua e (pela terceira Lei do Movimento) faz com que os corpos aproximem-se um do outro e, portanto, deve ser a mesma em ambos os corpos. É verdade que podemos considerar um corpo como atraente e outro como atraído, mas esta distinção é mais matemática do que natural. A atração reside, de fato, em cada corpo na direção do outro, sendo portanto, do mesmo tipo de ambos. (NEWTON, 2008, p. 354).

Em seguida, a importância da terceira lei de Newton para explicar o conceito de interação mútua é evidenciada:

21. (...) todos os planetas agem mutuamente entre si. E ainda que as ações mútuas de dois planetas possam ser distinguidas e consideradas como duas, pelas quais cada planeta atrai o outro, mesmo assim, como essas ações estão entre ambos, elas não perfazem duas, mas uma operação entre dois termos. (...) (NEWTON, 2008, p. 354).

Nas proposições de I a III, Livro III⁴, a força central que retém os planetas, os satélites e a Lua em suas respectivas órbitas é o assunto abordado. A partir dessas proposições, Newton foi capaz de explicar como o movimento orbital dos planetas primários, dos satélites de Júpiter e da Lua, varia com o quadrado da distância ao centro de atração para cada movimento. Na Proposição IV, Newton demonstra que a força que

² “Se uma força atrativa central faz um objeto desviar-se de um caminho inercial e mover-se em uma curva, que tipo de curva resulta se esta força varia com o inverso do quadrado da distância?”

³ As passagens do manuscrito ‘O Sistema de Mundo’, de acordo com Cohen (1983; 1988; 1999), trata-se dos mesmos passos que conduziram Newton a ideia de interação mútua presente na GU, meses antes da revisão do *De Motu*.

⁴ No Livro III, a partir das proposições matemáticas desenvolvidas nos Livros I e II, Newton utiliza os fenômenos celestes para apresentar as forças de gravidade que mantêm os planetas em suas órbitas, além de deduzir os movimentos dos planetas, dos cometas e da Lua.

mantém a Lua em sua órbita é da mesma natureza da força responsável pelo movimento dos corpos na superfície da Terra, um caminho explícito ao conceito de gravidade universal⁵.

PROPOSICIÓN IV. TEOREMA IV. Que a Lua gravita em direção a Terra, e pela força da gravidade é continuamente impelida para fora de um movimento retilíneo e retida em sua órbita. (NEWTON, 2005, 784).

Na Proposição V, afirma que a força centrípeta, que mantém os corpos celestes em órbita, é uma força gravitacional que será chamada de gravidade. Essa conclusão parte do pressuposto que as revoluções dos planetas possuem o mesmo tipo de causa da revolução da Lua em volta da Terra. No decorrer da *Proposição V*, Newton afirma que a gravidade, que varia com o inverso do quadrado da distância, se estende a todos os planetas, de modo que, [...] já que toda atração (Lei III) é mútua, Júpiter irá portanto gravitar em direção a todos os seus próprios satélites, Saturno em direção aos seus, a Terra em direção à Lua e o Sol em direção todos os planetas primários (NEWTON, 2005, p. 786).

Assim como Júpiter e Saturno, “o Sol perturba os movimentos da Lua; e tanto o Sol quanto a Lua perturbam o nosso mar (...)” (NEWTON, 2005, p. 786). Dessa maneira, o papel da terceira lei de no desenvolvimento do conceito de interação gravitacional mútua é destacado. Newton estende esse argumento ao afirmar na *Proposição VI*:

Que todos os corpos gravitam em direção a todos os planetas; e que os pesos dos corpos em direção a qualquer mesmo planeta individual, em distâncias iguais do centro do planeta, são proporcionais às quantidades de matéria que eles contêm separadamente. (NEWTON, 2005, p. 787).

Tais considerações o levam a concluir, posteriormente - *PROPOSICIÓN VII. TEORREMA VII* – que a gravidade que tende para todos os corpos é proporcional a quantidade de matéria que eles possuem separadamente. No decorrer da referida proposição – Corolário I - afirma que “todos os corpos conosco devem mutuamente gravitar uns em direção aos outros [...]” Assim, a força de gravidade, enquanto uma propriedade universal de todos os planetas, é estendida para uma propriedade universal de todos os corpos. Para mais, a força gravitacional, a partir da terceira lei, é transformada em uma ‘gravitação universal’, isto é, “[...] em uma força que atua mutuamente sobre e entre qualquer par de mostras de matéria em qualquer parte do universo” (COHEN, 1983, p. 286). Portanto, a força da gravidade que um planeta exerce sobre outro é proporcional a quantidade da matéria, m , do planeta que sofre a ação da força e varia com o inverso do quadrado da distância entre eles, $1/R^2$, a saber: $F \propto \frac{m}{R^2}$ (2).

Por outro lado, a interação mútua num sistema formado por vários corpos ocorre aos pares, quer dizer, “todas as ações dos corpos entre si ou acontecem entre dois corpos ou são compostas de ações trocadas entre alguns dois corpos” (NEWTON, 2005, p. 466). Assim como descrito em ‘O Sistema de Mundo’.

Portanto, a interação mútua entre todos os planetas, analisada a luz da terceira lei de Newton, ocorre aos pares, isto é, pela ação recíproca entre dois planetas, de maneira simultânea, com mesma intensidade, oposta em sentido, constituindo um par de forças que representa uma única ação. A intensidade da força de interação mútua varia com o inverso do quadrado da distância entre os planetas, além de ser proporcional a quantidade de matéria de ambos. Em outros termos, a força de interação mútua ente os planetas A e B, F'_{AB} , representada pela GU, constitui uma única ação, que também varia com o inverso do

⁵ Para uma análise didática a respeito da Proposição IV, ver Freire et al. (2004).

quadrado da distância entre os planetas A e B, $1/R_{AB}^2$, mas é proporcional a massa de ambos os planetas, m_A e m_B , isso é: $F'_{AB} \propto \frac{m_A m_B}{R_{AB}^2}$ (3). Essa relação pode ser generalizada para dois corpos quaisquer no universo.

Após tratar das atrações dos corpos em direção a um centro imóvel, Newton reconhece - Seção XI, Livro I - que tal situação não reflete o que pode ser observada na natureza⁶. Atrações são feitas em direção a corpos, e as ações dos corpos atraídos a atratores são sempre recíprocas e iguais pela terceira lei, de modo que se houver dois corpos, nem o atraído nem o atrator estará realmente em repouso, mas ambos (pelo Corolário IV, das leis do movimento), giram em torno de um centro de gravidade mútuo (NEWTON, 2005). Diante disso, afirma que as análises das proposições que se seguem devem ser feitas de maneira puramente matemática, para que sejam compreendidas mais facilmente pelo leitor. Em outros termos, Newton reconhece o quanto é difícil investigar como todos os corpos que compõem o universo se atraem mutuamente. Dessa forma, Newton adaptou sucessivas 'construções mentais' - matemáticas - às comparações com a natureza. Essa maneira pela qual Newton aborda um sistema físico, demasiadamente complexo, de maneira idealizada é definido por Cohen (1999) como o 'estilo newtoniano'.

A teoria da GU expressa muito bem o 'estilo newtoniano', tendo em vista que a interação mútua entre todos os corpos não pode ser verificada, assim como outras leis da Física, pois é impossível investigar como todos os corpos que compõem o universo se atraem, assim como anuncia essa teoria (SMITH, 2002). Entretanto, o problema de interação entre muitos corpos é um problema que não tem solução, isto é, não possui uma solução matemática, haja vista que existem vários centros de gravidade atuando no sistema solar, que são móveis. Todavia, a partir do Corolário IV, Newton reconhece que as interações num sistema formado por vários corpos ocorrem aos pares, isto é, "todas as ações dos corpos entre si ou acontecem entre dois corpos ou são compostas de ações trocadas entre alguns dois corpos" (2005, p. 466), que reflete um sistema de simplificação, ou seja, uma outra característica do 'estilo newtoniano'.

Conclusões

Embasado por um método matemático de simplificação do mundo físico, Newton tratou do movimento de corpos que interagem entre si de maneira puramente matemática. Por fim, concluiu que assim como dois corpos se atraem mutuamente, de acordo com a terceira lei, num sistema formado por vários corpos, cada corpo tanto atrai todos os outros assim como é por todos atraído. De acordo com esse conceito se desenvolveu a GU.

Bibliografia

COHEN, I. B. La revolución newtoniana y la transformación de las ideas científicas. Tradução: Carlos Solís Santos. Madrid: Alianza Editorial, 1983. 425p.

⁶ O construto matemático de um simples corpo e um centro de força matemático se distingue com o que acontece na natureza. Para Newton, tal situação "difícilmente existe no mundo natural." Naquele mundo, "atrações são sempre direcionadas para corpos", não para pontos matemáticos abstratos (COHEN, 1999).



Revista *Bio-grafía. Escritos sobre la Biología y su enseñanza*. Año 2021; Número **Extraordinario. ISSN **2619-3531**. *Memorias V Congreso Latinoamericano de Investigación en Didáctica de las Ciencias*. 23 y 24 de septiembre de 2021. Modalidad virtual.**

COHEN, I. B. (1998) O nascimento de uma nova Física. Tradução: Maria Alice Gomesda Costa. Lisboa: Gradiva, 305p.

COHEN, I. B., WHITMAN, A. (1999) (Org). *Mathematical Principles of Natural Philosophy by Isaac Newton: A New Translation*. Berkeley: University of California Press.

NEWTON, I. (2005). Os Princípios Matemáticos da Filosofia Natural. In: HAWKING, S. Os Gênios da Ciência: sobre os Ombros de Gigantes. Tradução: Sergio M. Dutra. Rio de Janeiro: Elsevier, p. 441-638.

NEWTON, I. (2008). *Principia: principios matematicos de filosofia natural - Livro II e III e O sistema do mundo*. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo.

SMITH, G. E. (2002). The methodology of the Principia. In: COHEN, B. I.; SMITH, G. E. (Eds.). *The Cambridge Companion to Newton*. Cambridge: Cambridge University Press, p. 138-173.

TEIXEIRA, E. S., PEDUZZI, L. O. Q., FREIRE JR, Olival. (2010). Os Caminhos de Newton para a Gravitação Universal: Uma Revisão do Debate Historiográfico entre Cohen e Westfall. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, v. 27, p. 215-254.

WESTFALL, R. S. (1995). *A vida de Isaac Newton*. Tradução: Vera Ribeiro. Rio de Janeiro: Nova Fronteira.