

---

---

## Concepção de Futuros Professores de Matemática sobre as Origens da Demonstração

Fernandes Balieiro Filho, Inocêncio<sup>1</sup>

**Categoria 2.** Trabajos de investigación

**Linha de trabalho:** Relaciones entre modelización, argumentación, contextualización, e historia, epistemología y sociología de la ciencia

### Resumo

O presente trabalho tem por objetivo discutir as concepções dos alunos de Licenciatura em Matemática sobre as origens da demonstração em Matemática e sobre as variações do que é considerada uma demonstração conforme o contexto social e o período histórico. Para isso, foi estabelecido um referencial teórico que possibilitou entender o raciocínio matemático, a natureza da demonstração matemática e os processos envolvidos para construí-la, tomando por base, inicialmente, as pesquisas de Nickerson (2010). Além disso, para possibilitar uma melhor compreensão dos aspectos inerentes aos métodos de demonstração, optamos por uma orientação histórica, filosófica e matemática, numa perspectiva epistemológica e ontológica, presente no processo de demonstração. Em seguida, foi aplicado um questionário para alunos do Curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública do Brasil com questões que tiveram como objetivo abordar as concepções dos alunos sobre demonstração em Matemática. Neste texto discutimos os resultados obtidos por meio da análise das respostas dadas a primeira questão do questionário.

**Palavras-chave:** Demonstração; História da Matemática; Fundamentos da Matemática; Concepções; Formação Inicial dos Professores.

### Introdução

---

<sup>1</sup> Doutor em Educação Matemática, Professor Assistente, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" – UNESP, Câmpus de Ilha Solteira, balieiro@mat.feis.unesp.br

---

Em suas investigações sobre as concepções que os professores têm sobre a Matemática, Thompson (1992) aponta que esses têm uma cultura Matemática reduzida, isto é, sabem pouco sobre a História e a Filosofia dessa ciência, e isso faz que tendam para uma visão absolutista e instrumental da Matemática, considerando-a como uma acumulação de fatos, regras, procedimentos e teoremas. Fennema e Leof (1992) apresentam vários exemplos que sugerem que o conhecimento e a cultura matemática do professor podem ter influência no seu estilo de ensino.

Assim, o presente trabalho é parte de uma investigação mais abrangente sobre as concepções dos alunos do Curso de Licenciatura em Matemática sobre demonstração. A motivação para essa investigação é apontar e discutir a importância da História da Matemática e da Filosofia da Matemática na formação do professor de Matemática, enfatizando que o conhecimento dos conteúdos abordados nessas disciplinas pode contribuir para que os professores ampliem suas visões sobre o processo de ensino e de aprendizagem de Matemática, valorizando e compreendendo as diferentes formas de expressão do conhecimento matemático. Especialmente, no que se refere à demonstração – processo inerente à atividade matemática – contribuir para que o futuro professor identifique e valorize os diferentes processos de construção de conhecimento dos seus alunos, não os levando à repetição de uma única forma de demonstração de um resultado matemático, mas discutindo diferentes possibilidades para a validação desses resultados.

Neste trabalho temos por objetivo discutir as concepções dos alunos sobre a origem da demonstração, por meio da análise das respostas dadas por alunos do Curso de Licenciatura em Matemática à questão: “Onde e quando surgiu a demonstração em Matemática?”.

## **Referencial Teórico**

Nickerson (2010) afirma que para compreender o raciocínio matemático de uma forma global, temos de entender, pelo menos da perspectiva de nossa cultura e de nosso tempo, sobre o raciocínio matemático, a natureza da demonstração matemática e os processos envolvidos em sua construção. Diante desses pressupostos, Nickerson estabelece e discute, não nesta ordem, algumas

---

questões que respondidas poderão promover um conhecimento aprofundado sobre tais questões.

Dentre as questões discutidas por Nickerson, a primeira  : *Onde e quando surgiu a ideia de uma demonstra o?*

Ao rememorar historicamente as conquistas matemáticas realizadas pelas antigas civiliza es (egípcia, babilônica, chinesa e indiana) em distintos momentos históricos, pode-se conjecturar que a origem e a no o de demonstra o surgiram com o desenvolvimento da Matemática dessas civiliza es? Na verdade, Joseph salienta que houve, por parte de alguns historiadores,

Um entusiasmo excessivo para tudo que   grego, decorrente da crença de que muito do que   desejável e digno de ser imitado na civiliza o Ocidental teve origem na Grécia antiga, (o que) levou a uma relutância em permitir que outras civiliza es antigas participassem do patrim nio histórico das descobertas em Matemática. (Joseph, 2011, p. 177-178)

Uma justificativa plausível para a forma o dessa crença e de uma ideologia que não permitisse que outras civiliza es "participassem do patrim nio histórico das descobertas em Matemática"   a domina o e subjug o de algumas na es europeias em território africano e asiático.

A maioria das histórias de Matemática tiveram uma excessiva influência em obras posteriores que foram escritas no século XIX e início do século XX. Durante esse período, dois acontecimentos contrastantes ocorreram e tiveram um impacto sobre o conteúdo e o equilíbrio desses livros, especialmente, produzidos na Inglaterra e nos Estados Unidos. Excitantes descobertas de Matemática antiga em papiros no Egito e tabuletas de argila na Mesopotâmia empurram para tr s as origens de registros matemáticos escritos por pelo menos 1.500 anos. Mas, uma influência muito mais forte e de compensa o foi o culminar da domina o europeia na forma de controle político de vastas áreas da África e da Ásia. Externo a essa domina o surgiu   ideologia da superioridade europeia que era permeada por uma ampla gama de atividades sociais e econ micas, com vestígios que podem ser encontrados na História da Ciência, que enfatizaram o papel único da Europa no fornecimento do solo e espírito para a descoberta científica. As contribui es dos povos colonizados foram ignoradas ou desvalorizadas como parte da justificativa

---

para a subjuga o e domina o. E o desenvolvimento de Matemática anterior aos gregos – especialmente no Egito e na Mesopotâmia – sofreu um destino semelhante, rejeitado como de pouca importância para a história posterior do assunto. (Joseph, 2011, p. 4)

Sem d vida, recentes e aprofundadas pesquisas sobre a Matemática cultivada por esses povos mostram um desenvolvimento considerável de procedimentos, métodos e fórmulas aproximadas e exatas no estudo da aritmética, geometria,  lgebra e astronomia. Em especial, sobre a Matemática egípcia, Gillings, afirma que “as conclusões das demonstra es não são realmente necessárias, apenas confirmadas. O rigor está implícito no método. Nós temos de aceitar a circunstância de que os egípcios não pensaram e raciocinaram como fizeram os gregos (...) e não   adequado ou apropriado que no século XX comparemos criticamente os seus métodos com os dos gregos ou qualquer outra na o emergente posterior, que, por assim dizer, estava sobre os seus ombros.” (Gillings, 1982, p. 233-234).

Considerando a configura o sistemática dedutiva que se apresenta nas demonstra es em Matemática, asseguramos que sua origem remonta   Grécia Antiga – em decorrência de aspectos sociais, políticos e culturais que foram concebidos democraticamente num ambiente que preconizava, praticava e valorizava a forma de argumenta o dial tica em debates públicos.

Podemos afirmar que a formula o da parte teórica contida na Matemática teve sua origem nas escolas científicas e filosóficas (j nica, pitagórica, eleata, socrática, plat nica e aristotélica) da Antiga Grécia. Os filósofos-ge metras gregos, ao proporem as primeiras teorias matemáticas que foram abstraídas de problemas concretos, proporcionaram os requisitos imprescindíveis e aceitáveis para o reconhecimento de autonomia, especificidade, organiza o, sistematiza o e generaliza o do corpo de conhecimento da Matemática grega. Essa característica presente na formula o hipotético-dedutiva daquelas teorias conduziram esses ge metras   propensão de sistematizar os conhecimentos matemáticos, adquiridos pelos vários processos de raciocínio, com o intuito de apresentar de maneira lógica seus fundamentos. Essa metodologia foi estruturada e organizada pelas ideias filosóficas de Aristóteles que propunha os princípios de constru o dessa ciência dedutiva. Esse procedimento axiomático atingir  seu patamar, indiscutivelmente, na obra *Os Elementos* de Euclides.

---

Para concluir, no decorrer da História da Matemática, pode-se afirmar que, em geral, não se descobrem proposições matemáticas simplesmente utilizando um procedimento puramente axiomático, ou seja, a demonstração matemática não pode ser concebida como algo pronto e acabado, porque em sua composição estão presentes os vários processos heurísticos argumentativos (intuição, analogia, indução, análise, síntese, refutação, dedução, etc.) que contribuem para que se tenha ao final desse processo cíclico não sequencial uma construção de uma demonstração organizada, lógica e rigorosa.

### **Metodologia**

Com o objetivo de compreender as concepções dos alunos do Curso de Licenciatura em Matemática sobre demonstração foi aplicado um questionário para alunos que se inscreveram num minicurso da Semana de Matemática do Curso. Um total de 20 alunos respondeu ao questionário. Desse total, 5 alunos estão matriculados no 4º ano, 2 alunos matriculados no 3º ano, 8 alunos no 3º ano e 5 no 1º ano do Curso. O Curso tem duração de 4 anos.

Nossa investigação é de natureza qualitativa, já que os questionários com perguntas abertas são considerados como documentos que constituem dados para esse tipo de pesquisa (Patton, 2002, p.4). Para a construção de nossa análise e discussão optamos pela análise de conteúdo (Moraes, 1999).

No presente trabalho apresentamos os resultados obtidos por meio da análise das respostas dadas a questão: "Onde e quando surgiu a demonstração em Matemática?"

### **Resultados**

Dos 20 alunos que responderam ao questionário, 11 alunos responderam que a demonstração surgiu na Grécia (4 alunos do 4º ano e 7 alunos do 2º ano), 5 alunos não responderam à questão (1 aluno do 1º ano, 1 aluno do 2º ano, 2 alunos do 3º ano, 1 aluno do 4º ano). Um aluno do 1º ano respondeu que a demonstração surgiu a partir do momento em que o homem passou a fazer questionamentos, um aluno do 2º ano respondeu que surgiu quando se fez necessário o uso de demonstração e um aluno do 1º ano respondeu que acredita que a demonstração tenha surgido "há muito tempo atrás, em um período histórico muito antigo". Um aluno deu uma resposta incompreensível à questão. Dentre os alunos que responderam que a demonstração surgiu na Grécia, 5 alunos responderam que a demonstração surgiu na Grécia antiga (3 alunos do 2º

---

ano e 2 alunos do 4º ano), 3 alunos responderam que surgiu na Grécia em 300 a. C. (2 alunos do 2º ano e 1 aluno do 4º ano) e 3 alunos não souberam estimar um período (1 aluno do 1º ano, 1 aluno do 2º ano e 1 aluno do 4º ano). Vale registrar que o aluno do 4º ano que respondeu que a demonstração surgiu em 300 a. C. escreveu que a demonstração surgiu com a obra *Os Elementos* de Euclides. Dois dos alunos que responderam que a demonstração surgiu na Grécia antiga relacionaram seu surgimento também com o trabalho dos filósofos.

### **Conclusões**

Ao analisar as respostas dos alunos à questão proposta, notamos que, conforme apontado por Joseph (2011), para a maioria dos alunos, prevalece uma concepção de que a demonstração teve origem na Grécia Antiga. Podemos conjecturar que essa visão é formada ao longo dos anos do Ensino Básico, por meio de um currículo de Matemática que destaca as demonstrações de Teoremas de Geometria, em que os protagonistas são grandes nomes da cultura grega (Thales, Pitágoras, Platão, Herão entre outros). Na graduação essa visão é acentuada nas disciplinas que tratam da Geometria com uma ênfase ao modelo axiomático de Euclides. Nossa conjectura pode ser reforçada já que tanto alunos do 2º ano (7 alunos) quanto alunos do 4º ano (4 alunos) apresentam a mesma concepção.

Finalizamos, afirmando que quando se tem conhecimento dos vários tipos de demonstrações aceitáveis (não standard), isso pode contribuir para que o futuro professor tenha uma visão ampla sobre as diferentes formas de compreensão e habilidades de seus alunos em relação ao ensino e aprendizagem de Matemática.

### **Referências bibliográficas**

- Fennema, E.;Loef, M. (1992). Teacher's knowledge and its impact. Em D. A. Grouws (ed.), *Handbook of research in mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan.
- Gillings, R. J. (1982). *Mathematics in the time of the Pharaohs*. New York: Dover.
- Joseph, G. G. (2011). *The crest of the peacock: non-European roots of mathematics*. New Jersey: Princeton University Press.
- Moraes, R. (1999). Análise de Conteúdo. Em *Revista Educação*, Porto Alegre, v. 22, n. 37, p. 7-32.

- 
- Nickerson, R. S. (2010). *Mathematical reasoning: patterns, problems, conjectures, and proofs*. New York: Psychology Press, Taylor & Francis Group.
- Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research and evaluation methods*. Thousand Oaks: Sage.
- Thompson, A. G. (1992). Teacher's beliefs and conceptions: A synthesis of the research. Em D. A. Grouws (ed.), *Handbook of research in mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan.